

Programme de colles n°15

semaine du 22 au 26 janvier

Notions vues en cours

Chapitre 16 : Arithmétique (*en complément de la semaine précédente*)

- $n \geq 2$ est premier si et seulement si aucun nombre premier p inférieur à \sqrt{n} ne divise n .
- Congruence : définition, caractérisation, relation d'équivalence, lien avec le reste de la division euclidienne
- Congruence et opérations : addition, soustraction, multiplication (par une constante ou terme à terme d'une autre congruence), puissance, division (crochet inclus) dans une congruence
- Inverse d'un entier a modulo n : définition, existence ssi $a \wedge n = 1$, "division" dans une congruence (on multiplie par l'inverse)
- Méthode pour trouver un inverse modulo n , pour résoudre une équation $ax \equiv b \pmod{n}$
- Petit théorème de Fermat (cas général, cas où l'entier est premier avec p), utilisation pour calculer rapidement des puissances élevées dans une congruence
- Résolution d'une équation diophantienne du type $ax + by = c$: les étudiants doivent être capable de déterminer en justifiant l'ensemble des solutions (donner l'expression ne suffit pas)

Chapitre 17 : Structures algébriques

- Loi de composition interne (l.c.i.) \top , loi commutative, loi associative, définition de "deux éléments commutent pour \top "
- Élément neutre : définition et unicité, élément symétrisable : définition, symétrique d'un élément, il n'y a pas unicité
- Groupe, groupe commutatif (ou abélien), dans un groupe il y a unicité de l'élément symétrique
- Groupes usuels : $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ munis de $+$; $\mathbb{Q}^*, \mathbb{R}^*, \mathbb{C}^*$ munis de \times , notations additive et multiplicative
- Dans un groupe, unicité de l'élément neutre et de l'élément symétrique, formules $(x')' = x$ et $(x \top y)' = y' \top x'$ (où z' désigne le symétrique de l'élément z)

Les exercices sur les groupes doivent rester très basiques et constituer une simple application des notions ci-dessus.

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.

- Résolution d'une équation de la forme $ax \equiv b \pmod{n}$, où a, b, n sont choisis par l'examineur Chapitre 16, Méthode page 20
- Résolution d'une équation de la forme $ax + by = c$, où a, b, c sont choisis par l'examineur Chapitre 16, Méthode page 22
- Définition complète d'un groupe (y compris groupe commutatif), puis unicité de l'élément neutre et de l'élément symétrique Chapitre 17, Définition 17.7 et Propriété 17.8. Pour l'unicité de l'élément neutre, cf la remarque sous la Définition 17.5